

Rozšíření MA1

Lineární diferenciální rovnice 2.řádu s konstantními koeficienty.

1. Najděte obecné řešení diferenciální rovnice

- a) $y'' - 3y' + 2y = 0$;
- b) $y'' - 4y' + 13y = 0$;
- c) $y'' + 6y' + 9y = 0$.

2. Najděte řešení diferenciální rovnice, které splňuje dané počáteční podmínky:

- a) $y'' - y' - 2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$;
- b) $y'' - 3y' = 0$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 1$;
- c) $y'' + 4y' + 4y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$;
- d) $y'' - 2y' + 5y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$;
- e) $y'' + 4y = 0$, $y(0) = \sqrt{3}$, $y'(0) = 2$;

3. Najděte řešení diferenciální rovnice $y'' - y' - 2y = f(x)$, které splňuje počáteční podmínky $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$ a kde pravá strana $f(x)$ je (i) $f(x) = e^{2x}$ a (ii) $f(x) = -4x$.
(K řešení nehomogenní rovnice užíjte metodu variace konstant.)

4. Najděte obecné řešení diferenciální rovnice (k nalezení partikulární řešení užíjte metodu odhadu):

- a) $y'' - y' - 2y = f(x)$, kde $f(x) := -4x$; $x^2 + 1$; e^{2x} ; $3e^x$; xe^{-2x} ; $\cos x + \sin x$; $\cos 2x$.
- b) $y'' - y' = f(x)$, kde $f(x) := 8 \sin 2x$; $e^x \sin x$; $e^{2x}(\cos x + \sin x)$.
- c) $y'' + 4y' + 4y = f(x)$, kde $f(x) := 3x - 1$; $2e^{3x}$; e^{2x} ; $e^{2x} \cos x$; $\cos x - 4 \sin x$.
- d) $y'' - 2y' + 5y = f(x)$, kde $f(x) := (x + 1)e^x$; $2x$; $e^{-x} \cos x$; $e^x \sin 2x$.

5. Najděte řešení diferenciální rovnice $y'' + y' = 4x - 2 \sin x$, které splňuje počáteční podmínky $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$;
(K nalezení partikulárního řešení užíjte metodu odhadu.)

6. Najděte řešení diferenciální rovnice $y'' - 4y' + 13y = e^{-x} \sin 2x$, které splňuje počáteční podmínky $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$. (Při odhadu řešení rovnice s pravou stranou užíjte také komplexní exponenciálu.)